

## 4. ГЕМОДИНАМІКА. В'ЯЗКІСТЬ БІОЛОГІЧНИХ РІДИН.

### 4.1. Основні закони та формули

- Рівняння нерозривності струменя

$$\rho v S = \text{const}$$

- Рівняння Бернуллі

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}$$

- Рівняння Ньютона

$$F_{\text{вп}} = \eta \frac{dv}{dz} S.$$

- Закон Стокса

$$F_{\text{вп}} = 6\pi\eta r v$$

- Об'ємна швидкість

$$Q = \frac{dV}{dt} = vS.$$

- Формула Гагена-Пуазейля

$$Q = \frac{\pi R^4 \rho_1 - \rho_2}{8\eta l}$$

- Гідрравлічний опір

$$W = \frac{8\eta l}{\pi R^4}$$

- Число Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho l v}{\eta}$$

- Відносна в'язкість

$$\eta_{\text{відн}} = \frac{\eta}{\eta_0}$$

- Кінематична в'язкість

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

- Показник гематокриту

$$He = \frac{v_0}{\nu_{\text{кр}}}$$

4.2. Задчі для самостійного розв'язку

2

$$\frac{5}{4} \text{ м}$$

с. Для кожної з 10 наступних задач записати скорочену умову, розв'язок та відповідь.

1. Знайти об'ємну швидкість кровотоку в арті, якщо лінійна швидкість крові в ній складає 0,5 м/с. Діаметр арті вижати рівним 2 см.

$$Q = v \cdot S = v \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$$Q = 0,5 \cdot \frac{\pi \cdot 0,02^2}{4} = 1,57 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$$

Відповідь:

2. Рідина протікає по тонкій трубці діаметром 1,8 мм. Довжина трубки 5,5 см. Якою повинна бути різниця тисків на кінцях трубки для підтримки потоку рідини на рівні 5,6 мл/хв? В'язкість рідини дорівнює 0,2 Па·с.

$$Q = 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$$

$$L = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\Delta p = ?$$

$$\eta = 0,2 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L}$$

$$\Delta p = \frac{8 \eta L Q}{\pi r^4} = 0,93 \text{ Па}$$

Відповідь:

3. Часи протікання однакових об'ємів сталеної і досліджуваної рідини у вискозиметрі Освальда дорівнюють відповідно 12 хв. та 30 хв. Кінематична в'язкість сталеної рідини дорівнює  $116^4$  м<sup>2</sup>/с, а густина досліджуваної рідини -  $2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Чому дорівнює кінематична в'язкість досліджуваної рідини?

*[Handwritten scribbles and faint lines on the page]*

Відповідь: \_\_\_\_\_

4. Для повітря, в якому присутні завислі частинки пилу, в'язкість дорівнює  $1,75 \cdot 10^{-3}$  Па·с. Густина речовини пилу становить  $2,5$  г/см<sup>3</sup>. Вважаючи пилінку кулькою радіусом  $5$  мкм, знайдіть швидкість падіння пилинок при умові повної нерухомості повітря. Густину повітря прийняти рівною  $1,29$  кг/м<sup>3</sup>.

*[Handwritten scribbles and faint lines on the page]*

Відповідь: \_\_\_\_\_

5. Радіус аорти дорівнює 1,0 см. Кров рухається в аорті зі швидкістю 30 см/с. Знайти швидкість крові в капілярах, якщо відомо, що сумарна площа перерізу капілярів складає 2000 см<sup>2</sup>. Врахувати, що потік рідини через різні перерізи для нестисливої рідини однаковий.

$$\frac{S_1 v_1}{1} = \frac{S_2 v_2}{2000}$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

6. Визначте характер руху крові в артерії, прийнявши її густину рівною 10<sup>3</sup> кг/м<sup>3</sup>, коефіцієнт в'язкості - 5·10<sup>-3</sup> Па·с, швидкість крові - 0,5 м/с, діаметр артерії - 8 мм.

$$\frac{v}{r} = \frac{4 \tau}{\eta}$$

$$\tau = \frac{\eta v}{4r}$$

$$\tau = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5}{4 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-3}}{2}} = 0,078125 \text{ Па}$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

7. В широкій посудині з гліцерином густиною 1,2 г/см<sup>3</sup> падає зі швидкістю 5 см/с скляна кулька діаметром 1 мм. Густина скла 2,7 г/см<sup>3</sup>. Знайти коефіцієнт в'язкості гліцерину.

$$\tau = \eta \frac{dv}{dy}$$

$$\tau = \eta \frac{v}{r}$$

$$\eta = \frac{\tau r}{v}$$

$$\eta = \frac{4 \tau r}{v}$$

$$\eta = \frac{4 \cdot 0,0005 \cdot 0,0005}{5 \cdot 10^{-2}}$$

$$\eta = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па·с}$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

8. При атеросклерозі число Рейнольдса в деяких судинах становить 1160. Знайдіть швидкість, при якій можливий перехід ламінарного кровотоку в турбулентний в судині діаметром 2,5 мм. Густина крові дорівнює  $1050 \text{ кг/м}^3$ , в'язкість крові -  $5 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

$$\text{Re} = \frac{\rho V d}{\eta}$$
$$V = \frac{\text{Re} \cdot \eta}{\rho d}$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

9. При ін'єкції виникає необхідність швидкого введення ліків. В якому випадку процедура пройде швидше: а) при збільшенні тиску в 2 рази; б) при збільшенні діаметра голки в 2 рази (довжина голки стала)?

Відповідь: \_\_\_\_\_

10. Знайти максимальну кількість крові, що може протікати через аорту за 10с, для того, щоб течія залишилася ламінарною. Діаметр аорти 1,5 см, критичне число Рейнольдса для аорти  $4 \cdot 10^3$ .

$$R = \frac{\rho v d}{\eta}$$

$$v =$$

$$v = \frac{Q}{S}$$

$$Q = \frac{V}{t}$$

$$R = \frac{\rho v d}{\eta}$$

$$Q = 0,5 \text{ л}$$

Відповідь: \_\_\_\_\_

### 4.3. Тестові завдання

*Для кожного з наступних 10 тестових завдань знайдіть одну вірну відповідь і позначте її хрестиком в таблиці тестових відповідей (після тесту № 10).*

1. При визначенні в'язкості методом Стокса рух кульки в рідині повинен бути...
  - а) рівноприскореним;
  - б) рівносповільненим;
  - в) вільним падінням;
  - г) рівномірним;
  - д) довільним.
  
2. Сили в'язкого тертя, що виникають при відносному русі шарів рідини, направлені...
  - а) перпендикулярно шарам рідини вгору;
  - б) перпендикулярно шарам рідини вниз;
  - в) по дотичній до шарів рідини в напрямку руху рідини;
  - г) під кутом до шарів рідини;
  - д) по дотичній до шарів рідини в напрямку протилежному руху рідини.
  
3. Ньютонівськими називаються рідини, у яких...
  - а) плин ламінарний;
  - б) плин турбулентний;
  - в) в'язкість не залежить від тиску;
  - г) в'язкість не залежить від температури.
  - д) в'язкість не залежить від градієнта швидкості.
  
4. Вимірювання коефіцієнта в'язкого тертя рідини методом капілярного віскозиметра проводять при умові...
  - а) рівності об'ємів еталонної та досліджуваної рідини;
  - б) рівності мас еталонної та досліджуваної рідини;
  - в) рівності об'ємних швидкостей еталонної та досліджуваної рідини;
  - г) рівності часу протікання еталонної та досліджуваної рідини;
  - д) рівності лінійних швидкостей протікання еталонної та досліджуваної рідини.

5. Градієнтом швидкості називається зміна швидкості відносно...
- а) часу;
  - б) довжини в напрямку руху рідини;
  - в) температури;
  - г) довжини в напрямку перпендикулярно руху рідини;
  - д) тиску.

6. В формулі Пуазейля вкажіть сукупність параметрів (в квадратних дужках), від яких залежить гідрравлічний опір судин:

а)  $Q = \frac{\pi R^4}{8\eta l} \cdot [P_1 - P_2]$ ;    б)  $Q = \left[ \frac{\pi R^4}{8\eta l} \right] \cdot (P_1 - P_2)$ ;    в)  $Q = \frac{\pi R^4}{8\eta l} \cdot [l \cdot (P_1 - P_2)]$ ;

г)  $Q = \left[ \frac{\pi R^4}{8\eta} \right] \cdot \frac{P_1 - P_2}{l}$ ;    д)  $Q = \frac{\pi \cdot [R^4]}{8 \cdot [\eta l]} \cdot (P_1 - P_2)$ .

7. Характер руху рідини в трубці визначається...

- а) рівнянням Ньютона;
- б) формулою Пуазейля;
- в) числом Рейнольдса;
- г) законом Стокса;
- д) показником гематокриту.

8. Об'єм рідини, що протікає по трубці за 1с:

- а) пропорційний гідрравлічному опору трубки і обернено пропорційний різниці тисків на її кінцях;
- б) пропорційний різниці тисків на кінцях трубки і обернено пропорційний гідрравлічному опору;
- в) не залежить від гідрравлічного опору;
- г) пропорційний гідрравлічному опору та пропорційний різниці тисків на кінцях трубки;
- д) не залежить від різниці тисків на кінцях трубки.

9. Якщо число Рейнольдса перевищує критичне значення, то...

- а) рідина стає неньютонівською;
- б) рідина стає ідеальною;
- в) рідина стає ньютонівською;
- г) плин рідини стає турбулентним;
- д) плин рідини стає ламінарним.



10. Фізичною основою вимірювання діастолічного артеріального тиску методом Короткова є...

- а) зменшення гідравлічного опору плечової артерії;
- б) збільшення гідравлічного опору плечової артерії;
- в) перехід від турбулентного плину крові до ламінарного;
- г) зменшення статичного тиску в плечовій артерії;
- д) збільшення статичного тиску в плечовій артерії.

*Таблиця відповідей на тестові завдання*

№ тесту	а	б	в	г	д
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

4.4. Установіть відповідності і заповніть таблиці логічних пар.

1.

Вид рідини	Характерні ознаки
1) ідеальна рідина $\zeta$ )	а) плин описується рівнянням Ньютона
2) ньютонівська рідина $\lambda$ )	б) в'язкість залежить від градієнта швидкості
3) неньютонівська рідина $\delta$ )	в) в'язкість не залежить від градієнта швидкості
4) нестислива рідина $\theta$ )	г) нестислива рідина, в якій відсутні сили внутрішнього тертя

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>
3)	<input type="checkbox"/>

2. Рівняння Гагена-Пуазейля має вигляд  $Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l}$ , де...

1) $R$	а) коефіцієнт в'язкості
2) $\Delta P$	б) радіус
3) $\eta$	в) число Рейнольдса
4) $l$	г) різниця тисків
	д) довжина

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>
3)	<input type="checkbox"/>
4)	<input type="checkbox"/>

3.

Характеристика	Одиниці вимірювання
1) коефіцієнт в'язкості	а) безрозмірна величина $M^{-1}$
2) кінематична в'язкість	б) м/с
3) об'ємна швидкість	в) м <sup>3</sup> /с $\zeta$ )
4) число Рейнольдса	г) м <sup>3</sup> /с $\theta$ )
	д) Па·с $\lambda$ )

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>
3)	<input type="checkbox"/>
4)	<input type="checkbox"/>

4. При падінні кульки у в'язкій рідині на неї діють сили...

1) сила тяжіння $\zeta$	а) $F = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_p g$
2) сила опору $\zeta$	б) $F = 2\pi R\sigma$
3) виштовхуючи сила $\zeta$	в) $F = 6\pi\eta Rv$
	г) $F = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_k g$

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>
3)	<input type="checkbox"/>

5. Вкажіть аналогію між величинами, що входять в закон Ома та закон Пуазейля

1) різниця потенціалів $\zeta$	а) гідравлічний опір
2) сила струму $\zeta$	б) лінійна швидкість
3) електричний опір $\zeta$	в) різниця тисків на кінцях трубки
	г) об'єм рідини, що протікає через поперечний переріз трубки за 1с

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>
3)	<input type="checkbox"/>

6. Загальний гідравлічний опір... дорівнює...

1) двох послідовно з'єднаних трубок	а) $W = 1/W_1 + 1/W_2$
2) двох паралельно з'єднаних трубок	б) $W = (1/W_1 + 1/W_2)^{-1}$
	в) $W = W_1 + W_2$

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>

7. В'язкість крові... дорівнює...

1) в нормі $\zeta$	а) $> 10 \text{ Па}\cdot\text{с}$
2) при анемії $\zeta$	б) $(6,2 \div 10,0) \text{ Па}\cdot\text{с}$
3) при поліцитимії $\zeta$	в) $< 2 \text{ Па}\cdot\text{с}$
	г) $(4,2 \div 6,0) \text{ Па}\cdot\text{с}$

1)	<input type="checkbox"/>
2)	<input type="checkbox"/>
3)	<input type="checkbox"/>

8.

Закони та закономірності	Формули
1) закон збереження механічної енергії	а) $F = \eta \frac{dv}{dx} \cdot S$
2) умова нерозривності струменя	б) $\rho \cdot s \cdot v = const$
3) рівняння Бернуллі	в) $Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{dP}{dl}$
4) рівняння для об'ємної швидкості рідини	г) $P + \rho gh + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = const$
5) рівняння Ньютона для внутрішнього тертя	а) $F = 6\pi\eta Rv$
	с) $\frac{mv^2}{2} + mgh + P\Delta l = const$

1)	
2)	
3)	
4)	
5)	

9. Формула Ньютона визначає силу в'язкого тертя і записується

$$F_{\text{т}} = \eta \frac{dv}{dx} S, \text{ де...}$$

1) $\eta$	а) площа поперечного перерізу судини
2) $\frac{dv}{dx}$	б) коефіцієнт в'язкості
3) $S$	в) градієнт швидкості
	г) площа бічних поверхонь, вздовж яких стикаються шари рідини

1)	
2)	
3)	

10.

Характеристика	Твердження
1) гідравлічний опір $\lambda$	а) є критерієм подібності; при моделюванні криволінійної системи відповідність моделі та натурі спостерігається тоді, коли число Рейнольдса для них однакове
2) число Рейнольдса $Re$	б) є змінною... віднесеною до довжини в напрямку перпендикулярному...
3) формула Пуазейля $\eta$	в) визначає залежність в'язкості рідини від температури
4) градієнт швидкості $\delta$	г) визначає профіль швидкості ньютонівської рідини в циліндричній трубці
	д) тим менше, чим менше в'язкість рідини, довжина трубки і більша площа її поперечного перерізу

1)	
2)	
3)	
4)	